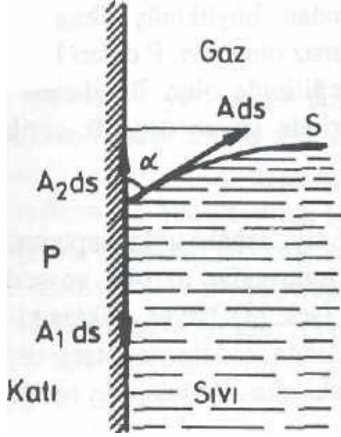


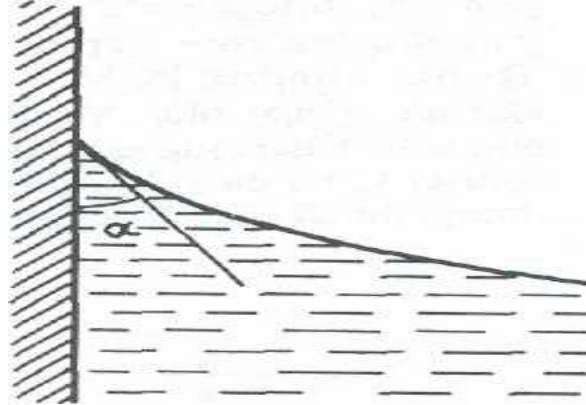
C. KAPİLER KUVVETLERİN ETKİSİNDE OLAN BİR SIVININ DENGESİ

BİR SERBEST YÜZEYLE BİR KATI CİDARIN BAĞLANTISI



Bazı hallerde her şey, sanki A_2 gerilimi $A_2 + A$ gerilimleri toplamından büyükmüş gibi olur: Bu takdirde denge imkânsız olup sıvı, P cidarı boyunca sınırsızca yayılma eğiliminde olur. Bu durum çok temiz bir cam üzerinde su ve organik sıvıların çoğuyla vaki olur:

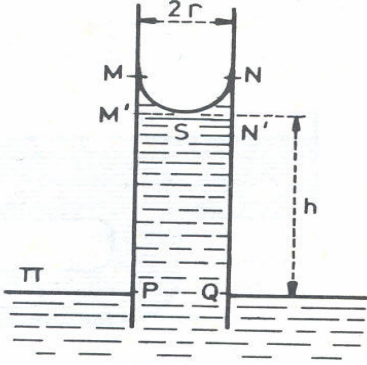
Cidar ince bir sıvı tabakasıyla kaplanır, bu tabakanın kalınlığı mikrondan az olur ve serbest yüzeyin görünümü (şek.23) büyük yaklaşıklıkla, belli bir M noktasında cidara tegetsel olarak bağlanan bir yüzeyinki olur. Bu takdirde *sıvı katıyı* ıslatıyor denir



Şek. 24

Mükemmel ıslatılabilme kabiliyeti ancak mükemmelen temiz bir yüzey için bahis konusu olur; bu, örneğin, bir büyük bloktan kırılarak elde edilmiş çok yeni bir cam yüzeyle elde edilebilir: Böyle bir yüzey suya daldırılacak olursa buradan, damlalar haline gelmeyip tamamen buharlaşmaya kadar kalan, çok yapışkan bir su zarıyla kaplı olarak çıkar. Ancak yüzey, parmakla dokunarak onu yağlayacak olursak veya basitçe onu bir süre havada bırakacak olursak, ıslatılabilir olmaktan çıkar: bu takdirde üzerine yüzeyde yayılmayan su damlaları bırakılabilir ve sıfır olmayan (şek.24) ve zamanla değişen bir

bağlantı açısı elde edilir. Mamafih cam, bir kimyasal temizleme ya da ateşten geçirilerek yeniden ıslanabilir hale getirilebilir.



Şek. 25

TÜPLERDE YÜKSELME VE ALÇALMA : JURIN KANUNU

Çok küçük çaplı delikli bir cam tüp (*kapiler tüp*), camı ıslatan bir sıvıyı içeren geniş bir kaba daldırılacak olursa, sıvının dış düzeyinin üstüne kadar tüpün içinde yükseldiği görülür (şek.25); h yükselme miktarı tüp içinde oluşan meniskin S tepesinden, kap içindeki serbest π düzlemine olan dik mesafedir.

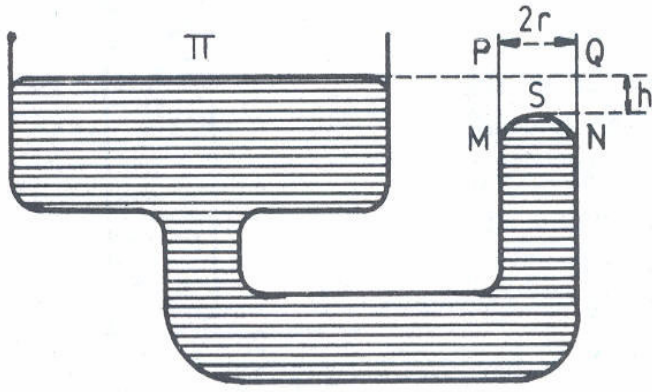
Tüpün r yarı çaplı dairesel ve dik olduğunu farz edelim ve π düzlemi üzerinde bulunan sıvı sütun üzerine etki yapan kuvvetlerin dik bileşkelerinin toplamının sıfır olduğunu yazalım. Sıvının serbest yüzeyi tüpe dairesel ve $2\pi r$ uzunluğunda bir MN çevresi ile bağlı gibidir; gerçekte serbest yüzey MN in üstüne çok ince bir tabakayla uzanır, bu tabaka onun üzerine, yukarıya yönelik, bileşkesi $2\pi rA$ olan dik kuvvetler icra eder. Tübün r çapının h yüksekliğine göre yeterli ölçüde küçük olması halinde, yükselmiş sıvı sütunun ağırlığı silindirik PQM'N' sütununkiyle eşitlenebilir; sıvının özgül kitlesi p ise, ağırlığı $\pi r^2 hpg$ olur. Ve nihayet, MSN meniski ve PQ kaidesi üzerine icra eden, atmosfer basıncına eşit basınçlar, yukarıya yönelik bir bileşkenin varlığını kabul ederler ki bu da yükselmiş sıvı üzerinde havanın itmesidir. Ağırlığın yanında bu itmeyi ihmal ederek denge koşulu

$$2\pi rA = \pi r^2 hpg \quad \text{ye indirgenir. Bu da}$$

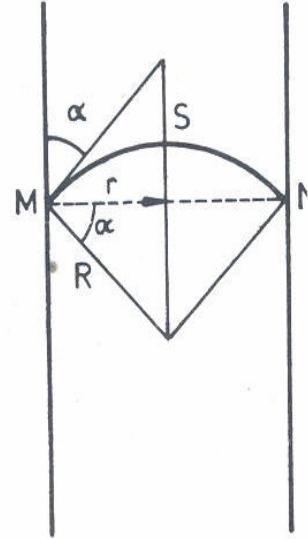
$$H = \frac{2A}{rpg} \quad \text{Veya} \quad A = \frac{rpg}{2} \quad \text{şekilde yazılabilir.}$$

Birinci münasebet *Jurin kanununu* ifade eder: *Bir silindirik tüp içinde yukarı çıkma yüksekliği, tübün yarıçapıyla ters orantılı olarak değişir.*

İkincisi, h in ölçülmesinden itibaren A yı hesap edebilmek için kullanılan formüldür: Gerçekten, camı ıslatan sıvıların yüzey gerilimi bu yöntemle ölçülür. Suyla ($A=76$ C.G.S.) ve



Şek. 26



Şek. 27

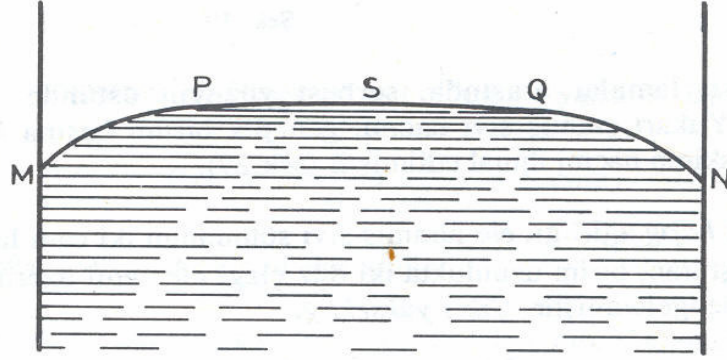
81 ve

$h = 152/9,81 = 15,5$ cm. Olur ki bunu 1/200 yaklaşıklıkıyla ölçmek mümkündür. r yi saptamak için tüp, meniskin olduğu yerden kesilir ve çapı mikroskopla ölçülür: Burada da 1/200 mertebesinde bir hassasiyet bahis konusu olduğundan A da yaklaşık olarak 1/100 hassasiyetle hesap edilebilir, demektir.

Cıva ile camın olması durumunda, kapiler tüplerde bir inme vaki olur: Düzey, kapiler tüpte, bunun bağlantılı olduğu geniş tüptekinden daha aşağıdadır (şek.26). yukarıda olduğu gibi MNPQ de eksik kalan cıvanın, hidrostatik basınç kuvvetleri tarafından menisk üzerine aşağıdan yukarı etki yapan ırmeyi temsil eden ağırlığı, yüzey gerilimi kuvvetlerinin dikey bileşkeni tarafından dengelenir. Meniski (şek.27) $R = r/\cos\alpha$ yarıçapında bir küreye benzeterek ve S tepesine Laplace kanununu uygulayarak aynı sonuca varacağız: burada dış basınç p_0 atmosferik olup iç basınç hidrostatik $p_0 + pgh$ dır; bunları farkı:

$$Pgh = \frac{2A}{R} = \frac{2A\cos\alpha}{r} \quad \text{dır.}$$

2 mm çapında bir tüp için $rpgh = 0,1 \times 13,6 \times 981 = 1,330$ dır; cıvanın A yüzey gerilimi 470 C.G.S. civarındadır; $\alpha = 45^\circ$ alalım, buradan $2A \cos\alpha = 665$; iniş $h = 665/1330 = 0,5$ cm olmaktadır. Buradan sadece 2 mm çapında olan bir barometrenin yaklaşık 5 mm daha düşük bir atmosfer basıncını göstereceği sonucu çıkmaktadır.

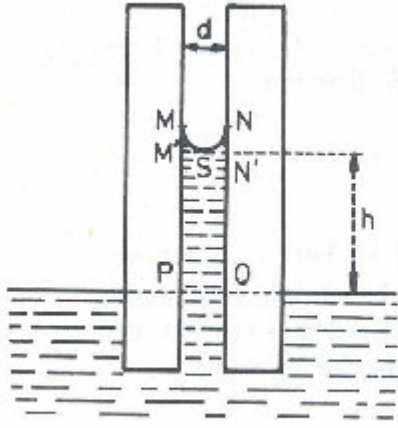


Şek. 28

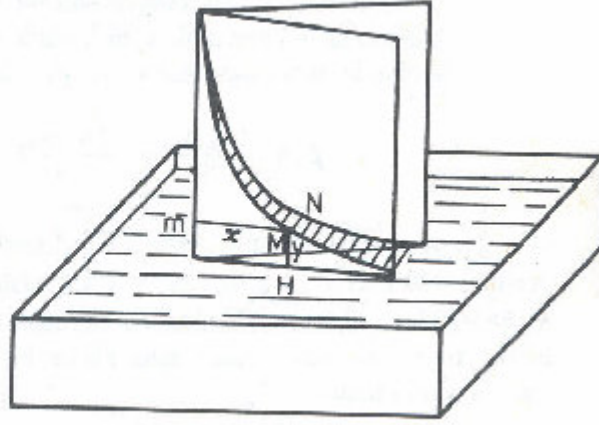
Bu arada dikkat edilecek husus, esas itibariyle h düzey farkının, meniskinin bir küre takkesine benzetebilmesi için tübün çapına göre yeterince büyük olması gereğidir. Çap 1 cm yi aştığı andan itibaren, MN meniski çok yassı bir PQ bölümü arzeder (şek.28), ve 3 cm mertebesinde bir çap için merkez kısmı, S merkezinde yüzey geçişine tekabül eden $2A/R$ basınç farkının 1/100 mm cıvadan az olacak kadar az bir eğriliğe sahip olacaktır ki mutlak basınç ölçülerinde bu, ihmal edilebilir. Ama bütün bunlar, cidarlar boyunca MN de bir iniş olmasına engel değildir. Aşağıda bunu hesap yöntemini vereceğiz.

BİRBİRİNE ÇOK YAKIN İKİ CİDAR ARASINDA YÜKSELME

Suya iki dik, paralel, aralarında çok küçük bir d açıklığı bulunan iki camı lama daldıralım: sıvı, lamalar arasında, serbest yüzeyin üstünde bir h yüksekliğine çıkar. Yukarı çıkmış sıvı hacmi, genişlik birimi başına hd dir; burada MNM'N' meniskinin hacmi ihmal edilmiştir (şek.29).



Şek. 29



Şek. 30

Bu sıvı hacminin $hdpg$ ağırlığı, ele alınmış sıvı sütununun iki camlamayla bağlantı eğrilerini oluşturan, birim uzunlukta iki düz çizgi elementi üzerine etki yakan $2A$ kuvvetiyle dengelenmiştir. Çıkış yüksekliği

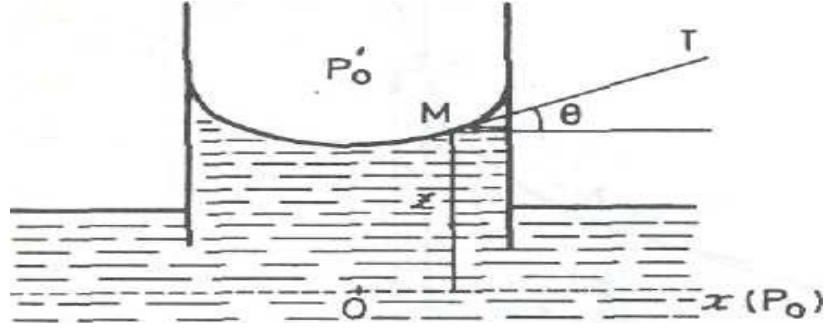
$$h = \frac{2A}{dpg}$$

iki lamanın d mesafesine eşit yarı çapta bir tübün içinde vaki olanın aynıdır, bu mesafeyle ters orantılı olarak değişir.

Cam lamaların bir uçtan birleşip aralarında çok küçük bir açı teşkil etmeleri halinde (şek.30), bir M noktasında $y = HM$ çıkış yüksekliği, bu noktada iki lamanın MN mesafesine eşit bir d mesafesiyle birbirlerinden ayrılmış iki paralel lamada vaki olan yüksekliğin az çok aynıdır; bu çıkış yüksekliği M noktasının lamaların birleşme çizgisine $x = mM$ mesafesiyle ters orantılı olup sıvı alanının $xy = \text{sabit}$ profili, bir eşit kenarlı hiperboldür.

SERBEST YÜZEYİN ETÜDÜ : GENİŞ DAMLA

Özgül kitlesi p olan bir sıvının, kapiler yükselme veya inişle şeklini bozmuş serbest yüzeyini ele alalım ve M bu yüzeyin bir noktası olsun; bu nokta, temel düzlem olarak kabul edilen Ox yatay düzleminin üstünde Z yüksekliğinde bulunmaktadır (şek.31):



Şek. 31

Sıvının içinde M noktasında basınç, $p_o - pgz$ dir. Yüzeyin M noktasında eğrilik yarı çapları R ve R' olsun; bunlar, tekabül eden kesitlerin sıvıya doğru dışbükey olmaları halinde pozitif olarak hesaplanmaktadır: M noktasında, sıvının içinde basınç

$$p_o - pgz + A \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \text{ dir.}$$

Bunun atmosferik p'_o basıncına eşit olduğunu yazalım: Böylece

$$pgz = A \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) + \text{Sabite}$$

şeklinde serbest yüzey denklemi elde edilir.

Sabite, $p_o - p'_o$ farkına eşit olup bu, Ox düzleminin, sıvının kapiler olayların vaki olmadığı serbest yüzeyi olması halinde sıfırdır.

Burada gayri muayyen bir kabin dik cidarı boyunca yükselmesinde elde edilenler gibi (şek.32) silindirik yüzeyler haliyle yetineceğiz. Eğriliklerden biri, $1/R'$, sıfır olup z lerin başlangıcını serbest yüzey düzleminde alarak dikey kesitin

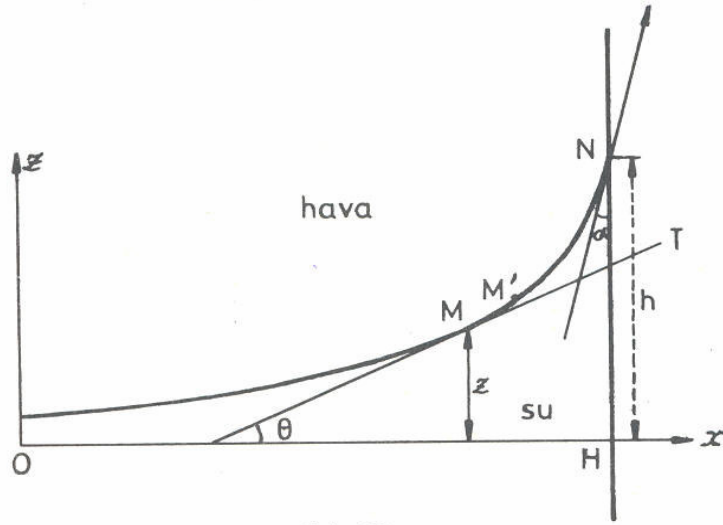
Denklemini

$$Pg z = \frac{A}{R} \quad \text{olmaktadır.}$$

Ox ile sıvının yüzeyine MT teğetinin yaptığı açı θ olsun; bir $MM' = ds$ eğri elementi için

$$R = \frac{ds}{d\theta} \quad \text{ve } dz = ds \sin \theta \quad \text{olur ki bu takdirde}$$

$$pgz dz = A \sin \theta d\theta \quad \text{adını alır.}$$



Şek. 32

Yüzeyin, cidarın uzağında bulunan bir noktasında $z = 0$ ve $\theta = 0$ olur; bu denklemin entegrali alındığında

$$z^2 = \frac{2A}{pg} (1 - \cos \theta) \quad \text{elde edilir.}$$

bağlantı açısı α ise, çıkarılan $h = HN$, $\theta = \pi/2 - \alpha$ yazarak elde edilir:

$$h^2 = \frac{2A}{pg} (1 - \sin \alpha)$$

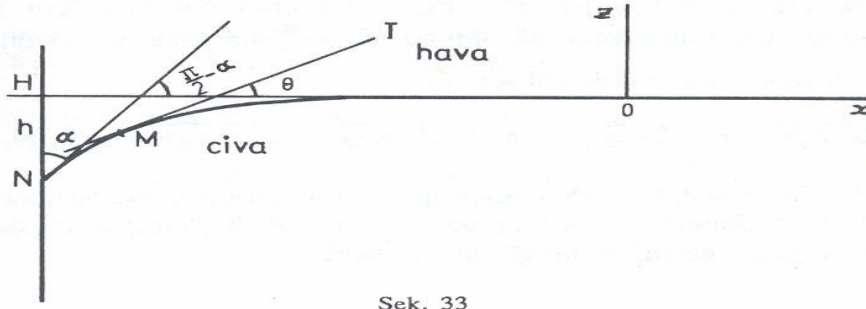
Su ($A=76$) ve mükemmel ıslanmış bir cidar ($\alpha=0$) için yükselme

$$h = \sqrt{2A/pg} = \sqrt{152/981} = \text{yaklaşık } 0,4 \text{ olur.}$$

Cıva için (şek.33) $p = 13,6$ ve $A = 470$ olup $2A/pg = 0,070$ olur; $\alpha = 42^\circ$ alalım; $1 - \sin \alpha = 0,33$; bu takdirde HN inişi

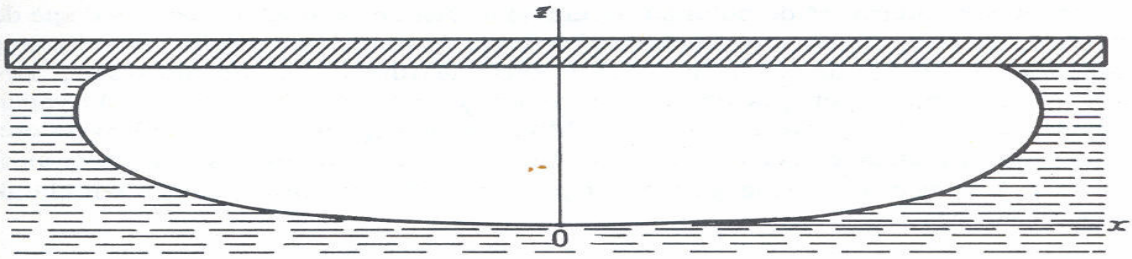
$$h = \sqrt{2A(1 - \sin \alpha) / pg} = \text{yaklaşık } 0,15 \text{ cm. olur.}$$

p
 g =
 z

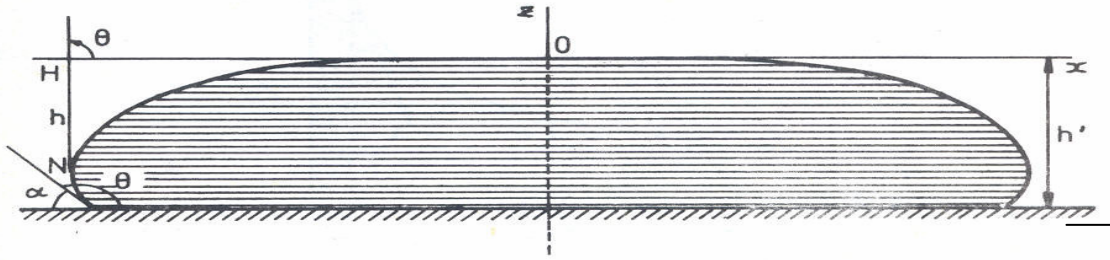


Şek. 33

Aynı hesap bir yatay cam lamanın altında su yüzeyinde hapis kalmış hava kabarcığı (şek.34) ya da bir yatay düzlem üzerine konmuş bir geniş cıva damlasının (şek.35) şeklini verir:



Şek. 34



Şek. 35

damlanın h' yüksekliği:

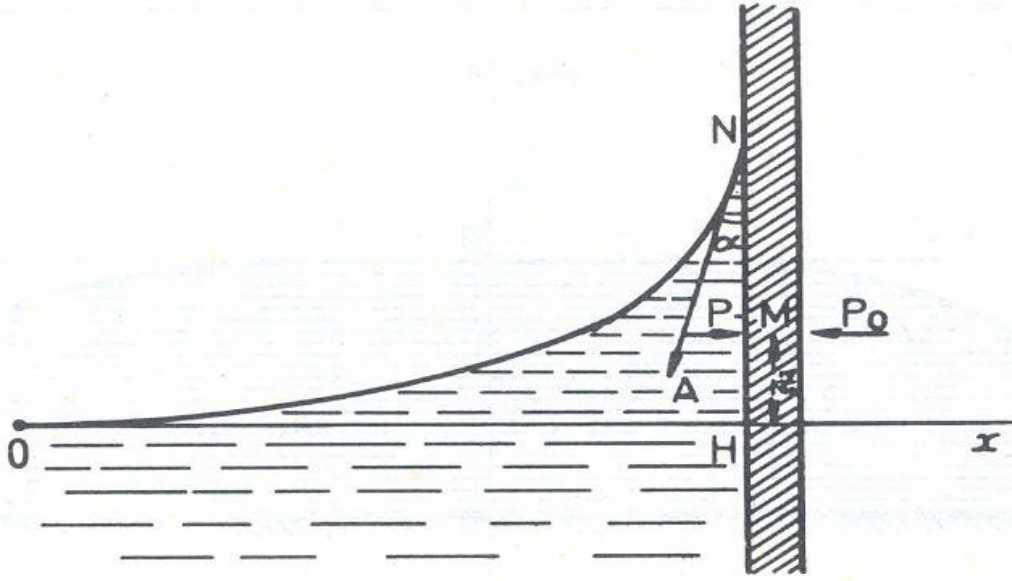
$$h = \sqrt{2A / pg} = 0,26 \text{ cm} , h' = \sqrt{2A (1 + \cos \alpha) / pg} = 0,34 \text{ cm}$$

2 mm'den fazla olan $h = HN$ yüksekliği, 1/100 mertebesinde hassasiyetle bir optik yöntemle saptanabilir; bu saptama, içinde α bağlantı açısı değerinin bulunmadığı A yüzey geriliminin bir ölçümünü sağlar.

YÜZEN CİSİMLERİN ÇEKİM VE İTMELERİ

Dönelim yine bir gayri muayyen kabın düz cidarı boyunca sıvının yükselmesini temsil eden

duruma (şek..36). Ox yatay düzleminin üzerinde bir z mesafesinde, cidarı M de bulunan bir elementi dışta p_o atmosfer basıncına, içte de $p = p_o - pgz$ sıvı basıncına maruzdur: sonuçta bunun *sıvının içine yönelik* pgz basıncının etkisinde olduğu söylenebilir. Hidrostatik hesaplardan, HN yüksekliğini birim genişlik üzerinde işgal eden cidar bölümü üzerine etki yapan basınç kuvvetleri bileşkesinin $pg h^2/2$ olduğu sonucu çıkmaktadır; bu kuvvetlere, yüzey tarafından N e etki yapan gerilmenin yatay A $\sin \alpha$ bileşiğinin eklenmesi gerekir. Böylece, h^2 yerine yukarıdaki paragrafta hesap edilmiş değer konularak toplam kuvvet



Şek. 36

$$F = \frac{Pgh^2}{2} + A \sin \alpha = A(1 - \sin \alpha) + A \sin \alpha = A \quad \text{bulunur.}$$

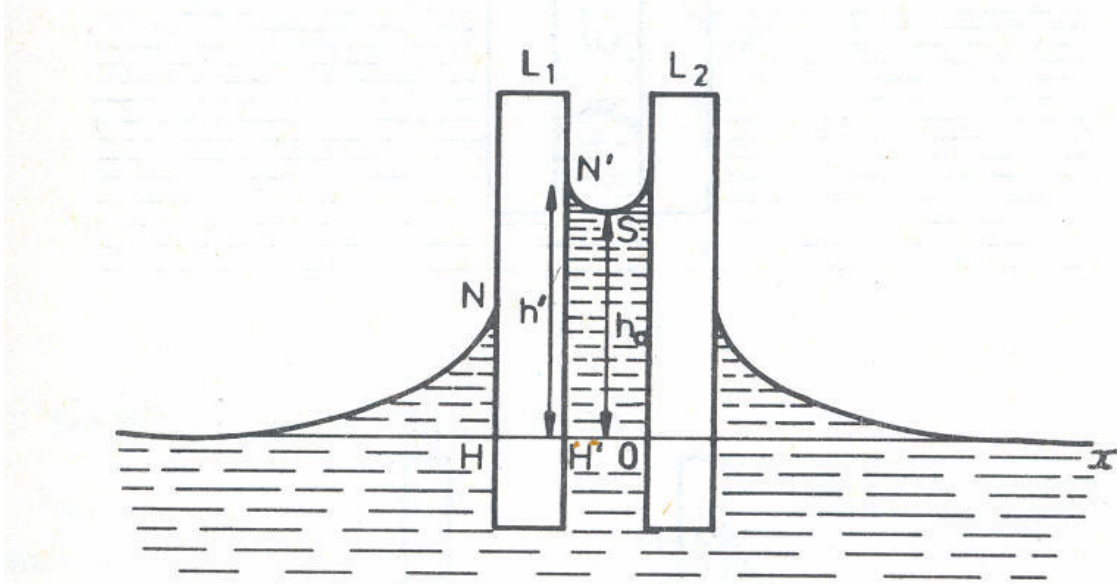
En başta (yüzey gerilimi paragrafında) kabul ettiğimiz gibi *bağlantı açısı ne olursa olsun uzunluk birimi başına yatay kuvvet A dir.*

Şimdi iki yakın, paralel ve aralarında sıvının yükseldiği iki lamalık bir sistemi ele alalım (şek.37); burada h_o , meniskin S tepesinin yüksekliği; h', N' bağlantı çizgisindeki; α da tekabül eden bağlantı açısı olsun. N'S eğrisinin denklemi bundan önceki paragrafta olduğu gibi elde edilir: $z = h_o$ için $\theta = 0$ koşuluyla entegral sabitesi saptanır:

$$Pg(z^2 - h_0^2) = 2A(1 - \cos \theta)$$

Ve $\theta = \pi/2 - \alpha'$ için de h' yüksekliği

$$Pgh'^2 = pg h_0^2 + 2A(1 - \sin \alpha')$$



Şek. 37

münasebetinden elde edilir.

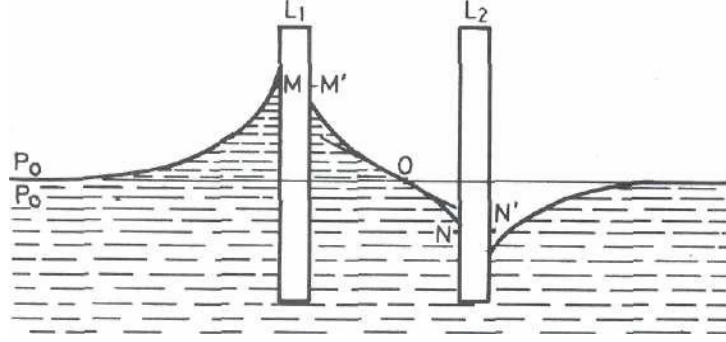
Gayri muayyen sıvı tarafında bulunan L_1 lamasının yüzüne etki yapan kuvvetlerin bileşkesi, yukarıda olduğu gibi atmosfer basıncı dikkat nazara alınmadan, $F=A$ dır. Mukabil yüzde, L_2 ye doğru yönelik olan bileşke

$$F' = \frac{pgh'^2}{2} + A \sin \alpha' = \frac{pgh_0^2}{2} + A$$

Lama, toplam olarak, komşu L_2 lamasına yönelik bir $F' - F = pgh_0^2 / 2$ kuvvetine maruzdur: *Birbirine yakın iki yüzen cisim, sıvı tarafından mükemmelen olmadan bile ıslatıldıklarında, birbirlerini çekerler; h_0 yükselme miktarı iki cismin mesafesiyle ters orantılı olarak değiştiğinden, kuvvet, mesafenin karesiyle ters orantılı olarak değişir.* Bunun deneyi, L_1 olarak yeterince uzun dikey ipliklerin taşıdığı inci bir cam lama alınıp buna bir başka L_2 cam laması yaklaştırarak, ya da suyun üzerinde çok küçük cam bilyeler yüzdürerek, yapılabilir.

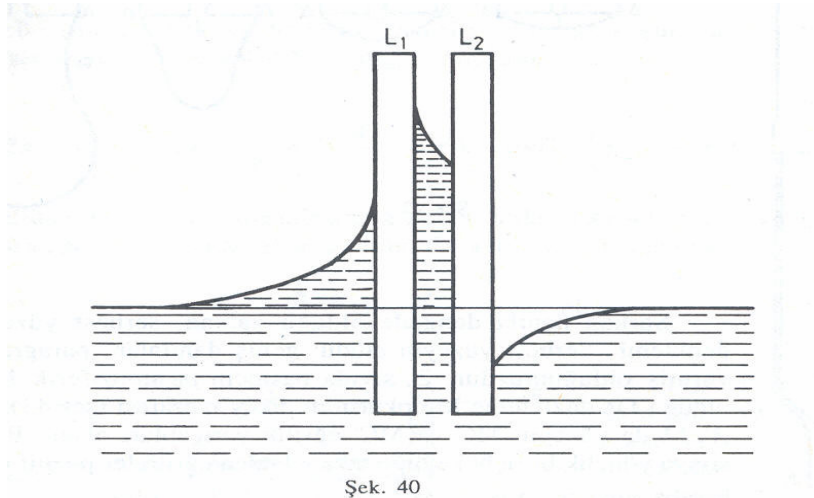
Aynı şekilde, sıvı tarafından ıslatılmamış olan iki L_1L_2 laması arasında da çekme vardır

(şek.38): Gerçekten M deki basınç M' dekinden daha büyüktür. Bu çekimler, hafifçe yağlandıktan sonra suyun üstünde yüzdürülen iki çelik iğne arasında gözlenebilir: birbirlerine birkaç mm mesafede olduklarında boylu boyuna birbirlerine yaslanırlar.



Şekil 39

Islanmış bir L_1 ve ıslanmamış bir L_2 lamasıyla yüzey genellikle şek. 39'da, O da bir değişim noktasıyla, görüldüğü gibi olur: M' ve N' de basınçlar atmosfer basıncına eşittir, oysa ki M deki basınç bundan aşağı, N deki de bundan yüksektir: *lamalar birbirlerini iterler*. Bununla birlikte lamalar birbirlerine çok yakın iseler, bir çekimin tekabül ettiği, şek.40'daki tertip meydana gelir. Bu da çok temiz ve iyi ıslatılmış bir cam çubuğu bir yüzen çelik iğneye yaşlaştırarak tahkik edilebilir.



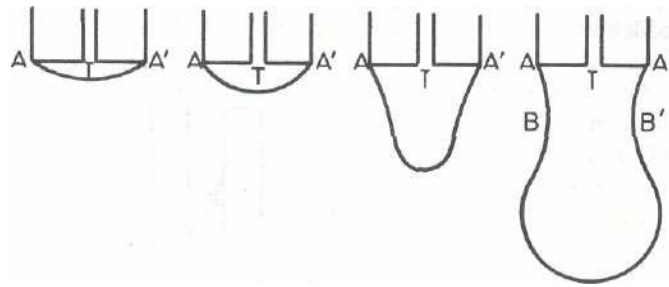
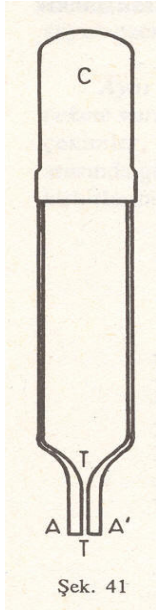
Şek. 40

DAMLALARIN OLUŞMASI

Bir damlalık (şek.41), kalın cidarlı bir TT silindirik kapiler tüpten olsun; bunun ucu bir AA' dikey kesit olarak taşlanmış olup damlalar bu dikey kesite dayanarak teşekkül eder, çevreleri AA' dairesel çizgiyle sınırlanır. C kauçuğuna bastırıldığında sıvı kapiler tüpten aşağıya iner ve damla, şek.42 de gösterilen çeşitli şekilleri sırasıyla olarak büyür: Belli bir anda bir BB' boğulma olur, sonra damla buradan kopup düşer, damlalıkta yapılmış a şeklinde bir menisk bırakır.

Sorun, düşen damlaların kitlesinin A yüzey gerilimi ile AA' dairesinin a yarıçapı ile olan ilişkisinin saptanmasındadır. Böylece ortaya konmuş sorun belirli olmaz şöyle ki damlaların

kopması, sıvının hareketlerine bağlı bir dinamik olaydır; o, sıvının TT kapiler tüpten geliş şekline, dolayısıyla viskozitesine bağlıdır. Az çok sabit kitlede damlalar ancak, statik denge koşullarına her zaman çok yakın kalmak için yeterince yavaş çalışarak elde edilebilir: bunun için de bir damlanın oluşma süresinin dakika mertebesinde olması gerekir.



Şek. 42

Sarkan damla dengede olduğu zaman, serbest yüzeyinin denklemi "Serbest yüzeyin etüdü: geniş damlalar" paragrafında vermiş olduğumuzdur. Z, sıvıda basıncın p_0 atmosferik basınç olduğu OJC düzlemine M noktasının dikey mesafesi (şek.43); R ve R', M de yüzeyin MC ve MC eğrilik yarıçapları olsun. Bu kez sıvıya yönelik bir içbükeyliğe tekabül eden eğrilikler pozitif olarak hesaba alınarak $pgz = A \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right)$ olur.

Damla Oz etrafında dönel bir hacim arz ettiğinden R yarıçapı, meridyen kesitin eğrilik yarıçapıdır ve öbür $R' = MC$ eğrilik yarıçapı $x/\sin\theta$ ya eşit olur ki burada x , paralelin PM yarıçapı olmaktadır. Bu itibarla yüzeyin denklemi

$$z = \frac{A}{pg} \left(1 + \frac{\sin\theta}{R} x \right) \quad \text{olur.}$$

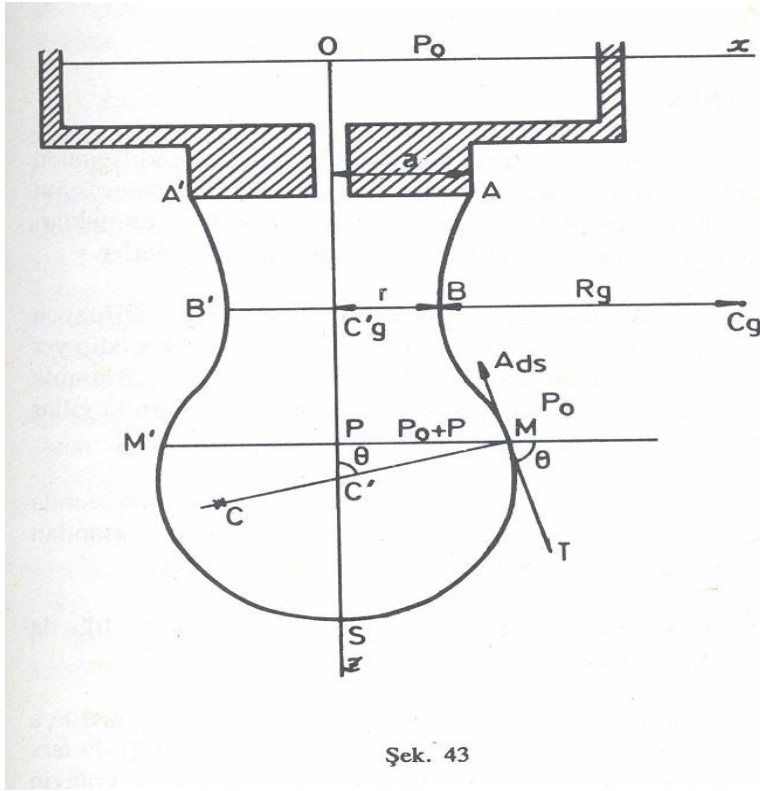
R ye $\sin\theta$ yi, dz/dx ve d^2z/dx^2 türevlerin yardımıyla ifade ederek, entegralinin alınışının serbest yüzeyin denklemini sağladığı bir diferansiyel denklem elde edilir; entegral alma sabiteleri, $OS=h$ yüksekliği alınarak tamamlanır; bu takdirde $z=h$ için $x=0$, $\theta=0$ ve $2A/R=pgh$ olduğu bilinir.

Hayli çapraşık olan bu hesaba girmeyip doğruca, MM' düzleminin altında bulunan m sıvı kütlesini veren bir denklem elde edeceğiz: Bunun için de, bu kitleye etki yapan kuvvetler arasında denge bulunduğunu yazacağız. Bu kuvvetler mg ağırlığı, MSM' yüzeyi üzerine atmosfer basıncı kuvvetleri ve sıvının geri kalan bölümü tarafından MM' üzerine etki yapan temas kuvvetleridir; bu sonuncular MM' dairesi üzerine etki yapan Ads bileşkesi dikey olup büyüklüğü de $2\pi Ax \sin\theta$ olan kapiler kuvvetleri ve MM' yüzeyine etki yapan $(p_0+p) \pi x^2$ basınç kuvvetlerini içerirler. Bu basınç kuvvetlerinin $p_0 \pi x^2$ bölümü MSM' yüzeyi üzerine etki yapan basınç kuvvetlerini dengeler ve denge koşulu da, p kapiler basıncın yerine yukarıda hesapladığımız değer konularak

$$Mg = 2\pi Ax \sin\theta - \pi x^2 A \left(\frac{1}{R} + \frac{\sin\theta}{x} \right) = \pi Ax \left(\frac{\sin\theta}{R} - x \right)$$

Özellikle BB' boğaz dairesinin altına asılı M kütlesi (şek.43), meridyenin R_g eğrilik yarıçapı negatif olarak hesaba katılıp θ da $\pi/2$ ye eşit alınarak

$$M = \frac{\pi Ar}{g} \left(1 + \frac{r}{R_g} \right) \quad \text{olur.}$$



Damla, boğaz dairesinin yakınında kopar ve bu formül, düşen damla kitlesinin yaklaşık bir değerini verir. Meridyenin R_g eğrilik yarıçapı her zaman boğaz dairesinin r yarıçapında yeterince büyüktür: r/R_g terimi ihmal edilerek büyük bir hata yapılmaz; r yarıçapını damlalığın a yarıçapıyla aynı kabul ederek ters yönde hata yapılmış olur. Böylece de

Bu formül, düşen damlaların ağırlığının çapı ve sıvının yüzey gerilimiyle orantılı olduğunu ifade eder. Bu A ile orantılılık kanunu (Tate kanunu) r/R_g ve r/a nın sıvının cinsinden bağımsız olması halinde doğru olurdu. Ancak gerçek böyle değilse de damlalıkların alışlagelmiş boyutları ve yeterince yavaş oluşan damlalar için, orantılıktan sapmalar az olur ve böylece de bir sıvının yüzey gerilimi, aynı bir damlalıkta bu sıvı ile bir kıyaslama sıvısının verdikleri damlaların kitleleri kıyaslanarak, saptanabilir. Belli bir hacmin akışı için gerekli damla sayısı sayılarak icra edilen deney, çok hızlı olur.

Eczacıların damlalıkları arık su ile kitlesi $M=50$ miligram olan damlalar vermelidir. Böyle damlalar için deney, yaklaşık olarak $Mg=4 Aa$ olduğunu göstermiştir. $A=76$ C.G.S. ile $Mg=50$ dyn elde etmek için bir $2a=50/152=0,33$ cm, yani 3 mm kadar daha büyük çapa gerek vardır.