

YÜZEY GERİLİMİ

KAPİLER YÜZEYİN ŞEKLİ

Üzerine yerçekiminin etki yaptığı bir sıvının yüzey şekli, ele alınmış bölümde sıvının yüzeyinin, onu çevreleyen katı cisimle olan temas hattının düz ve yatay olduğu kabul edilirse, kolaylıkla saptanabilir. Bu durum, örneğin, sıvıya daldırılmış bir düz levhanın yakınında böyle olacaktır. A_2P_2 , köşe etkisinin bahis konusu olamayacağı kadar geniş olan dikey levha olsun. Burada derinlik birimi başına (kağıda dikey) kuvvetler dikkat nazara alınacak ve A_1A_2 , levhadan uzak sıvının standart düzeyi olarak kabul edilecektir. x, y noktasında yüzeyin kavislenmesi

$$\frac{d\theta}{ds} = \sin\theta \frac{d\theta}{dy} = - \frac{d(\cos\theta)}{dy} \quad \text{olup}$$

bu noktada sıvı içinde basınç dolayısıyla dış basınçtan $-\sigma \frac{d(\cos\theta)}{dy}$ kadar daha azdır. Ama basınç, çevredeki gaza geçit verilmesi halinde, yüzeyin $g\rho y$ veya $g(\rho - \rho_0)y$ kadar düz olduğu nokta da bundan azdır. Böylece yüzey için diferansiyel denklem

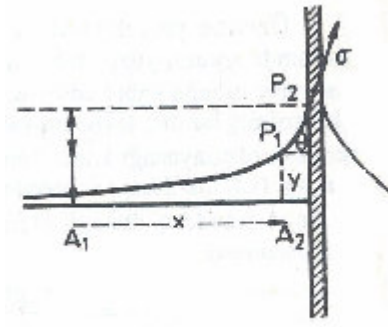
$$- \frac{d(\cos\theta)}{dy} = \frac{g(\rho - \rho_0)}{\sigma} y \quad \text{olup}$$

Bunun entegrali $1 - \cos\theta = 2\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{g(\rho - \rho_0)}{\sigma} \cdot \frac{y^2}{2}$ dir.

Bu itibarla yüzeyin şekli elastica, yani uçlarına eşit ve mukabil kuvvetlerin uygulandığı bir uniform yayın aldığı şekil olacaktır. Denklem, sıvının bir bandının elementer hacmi dikkate alınarak bulunabilir; bu d_x hacmi, dış ve iç kenarlarında yüzey kuvvetleri tarafından sıvının normal seviyesinin üstünde tutulmaktadır. Bunların dikey bileşenlerinin farkı $\sigma d(\sin\theta)$ olup bandın ağırlığı $g\rho y d_x$ tir ama $\frac{d(\sin\theta)}{dx} = - \frac{d(\cos\theta)}{dy}$ olduğundan aynı sonuç elde edilir. Temas açısının α olması halinde levhada θ nın değeri $\pi/2 - \alpha$ olur; o halde $1 - \sin\alpha = \frac{g(\rho - \rho_0)}{\sigma} \cdot \frac{Y^2}{2}$ dir ki bu da sıvının yükseldiği en yüksek irtifa olur. Bir terazinin kolundan asılmış ve doğruca bir sıvıya daldırılmış bir ince cam levha, yüzey geriliminin saptanmasının basit bir yolunu sağlar. Kapilarite etkisiyle sıvının yükselmesi levhanın görünür ağırlığında artışı levhanın yatay uzunluğunun iki katıyla çarpılmış σ ya eşit olur. Aletin hassas kolu Worthington çoğaltıcısı olarak biliniyor bunda band bir dikey silindirik spiral şeklinde sarılmıştır. (Şek.1)

BİR KAPİLER TÜP İÇİNDE YÜKSELME

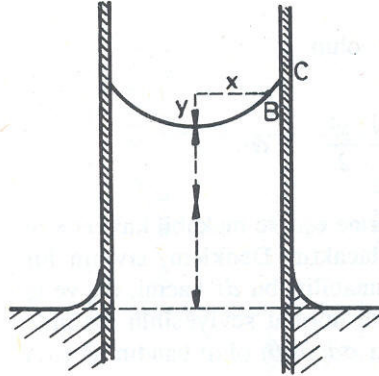
Bir sıvıya daldırılmış bir kapiler tüp, yüzey geriliminin saptanmasının basit bir yöntemini sağlar. Yüzey gerilimi ile sıvının tüp içinde dış yüzeyin seviye tarafından ölçülmüş yükselmesi



Şek. 1

(ya da alçalmasını) birbirine bağlayabilmek için yükselen sıvının etkin ağırlığının, gerilimden ileri gelen toplam kuvvetle eşitliğini yazıyoruz. Şek.2’deki sembollerle etkin ağırlık,

$$g(\rho - \rho_o) \int_0^x 2\pi x(h + y) dx \quad \text{olup bu}$$



Şek. 2

X yarıçapında bir iç silindir için yazılır; burada ρ , sıvının yoğunluğu ve ρ_o da çevreleyen gaz ya da buharıdır.

Silindirin sıvı yüzeyinin kenarı çevresince etki yapan yüzey kuvvetinin dikey bileşeni $2\pi x\sigma \sin\theta$ veya $2\pi x\sigma \cos\alpha$ olup burada θ yüzeyin yatayla oluşturduğu açı, α da “temas açısı”dır; bu sonuncusu katı yüzeye göre (bu durumda dikey olan) ölçülür. Bu iki ifade birbirlerine eşitlenir.

h 'a kıyaslanarak y 'i toptan ihmal edecek olup o ile r sınırları arasında entegral alacak olursak

$$2\pi r\sigma\theta = g(\rho - \rho_o)\pi r^2 h \quad \text{elde ederiz. Burada}$$

$$\sigma\sin\theta = \frac{1}{2}g(\rho - \rho_o)rh \quad \text{dır.}$$

Daha iyi bir yaklaşıklık arayarak önce denklemin iki yanının diferansiyelini alıyoruz; buradan

$$\frac{d(x\sin\theta)}{dx} = \frac{g(\rho - \rho_o)}{\sigma}x(h+y) = \frac{x(h+y)}{\beta^2} \quad \text{çıkar.}$$

Bunu standard doğru denklem olarak telakki edebiliriz. Sol taraf

$$\frac{x d\sin\theta}{dx} + \sin\theta \quad \text{veya} \quad x \left(\frac{\cos\theta d\theta}{dx} + \frac{\sin\theta}{x} \right) \quad \text{dır.}$$

Ama $\cos\theta \frac{d\theta}{dx} = \frac{d\theta}{ds}$ (ds , AC eğrisinin bir elementi olmak üzere). $\frac{\sin\theta}{x}$, şekil 2'ye dikey bir düzlem içinde B'de yüzeyin kavislenmesi; $\frac{\cos\theta d\theta}{dx}$ de şeklin düzleminde B'de yüzeyin kavislenmesidir. Böylece bu kavislenmeleri $\frac{1}{R_1}$ ve $\frac{1}{R_2}$ ile göstererek

$$\sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = g(\rho - \rho_o)(h+y) \quad \text{elde edilir;}$$

Bu her iki terim, B noktasında yüzeyin iki yanı arasında basınç farkı için ifadeler olmaktadır.

DAR (KÜÇÜK İÇ ÇAPLI) TÜPLER

Denklem, bu kavislenmelerin toplamının yükseklikle arttığını gösteriyor; ama h büyük ve y küçük olduğunda (dar tüplerde böyledir) toplam, yaklaşık olarak sabittir. Denklemin diferansiyel şekline geri dönüp sıvının tüpü ıslattığı hali ele alarak, eğri pratik olarak dairesel kabul edilebilir: yarıçapı r 'dir Buna göre tekabül eden y 'in değeri

$$y = r - \sqrt{r^2 - x^2} \quad \text{ve}$$

$$\frac{d(x\sin\theta)}{dx} = \frac{1}{\beta^2}(h+y)x = \frac{x}{\beta^2}(h+r-\sqrt{r^2-x^2})$$

Bu da, entegrali alınarak

$$x\sin\theta = \frac{1}{\beta^2}\left[\frac{hx^2}{2} + \frac{rx^2}{2} + \frac{1}{3}\{(r^2-x^2)^{3/2} - r^3\}\right]$$

veya, $x = r$ iken $\sin\theta = 1$ olduğunda

$$1 = \frac{r}{2\beta^2}\left(h + \frac{r}{3}\right) \quad \text{olur.}$$

Temas açısını sıfır yerine α alıp daire yarıçapını $R = \frac{r}{\cos\alpha}$ vaz ederek

$$\cos\alpha = \frac{r}{2\beta^2}\left[h + \frac{r}{3\cos^3\alpha}\{1 - 3\sin^2\alpha - 2\sin^3\alpha\}\right] \quad \text{olur.}$$

Tg θ 'yı $\sin\theta$ 'dan hesap edip

$$\text{tg}\theta = dy/dx$$

olduğunu akılda tutarak ve müteakip entegraller olarak y 'in x 'e göre daha doğruya yakın değerleri elde edilebilir; buna karşılık x de diferansiyel denklemlere ithal edilebilir...

Bu tür müteakip yaklaşıklarla Lord Rayleigh, $\alpha=0$ hali için

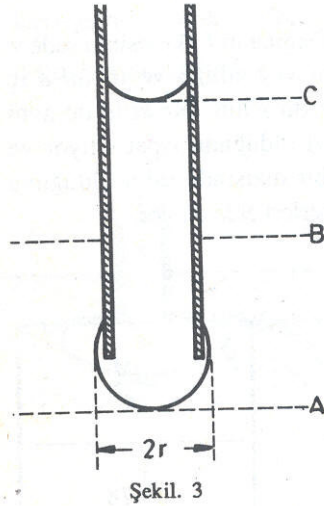
$$\sigma = \frac{1}{2}g(\rho - \rho_0)hr \left[1 + \frac{1}{3}\frac{r}{h} - 0.1288\frac{r^2}{h^2} + 0.1312\frac{r^3}{h^3}\right]$$

denklemini elde etmiştir ki katsayıların, kabullenilen yaklaşıklıkta, doğru oldukları teslim edilir. Bu denklem sadece r 'in h 'a göre küçük olması halinde kullanılabilir. Denkleme çok yakın bir yaklaşımın, yüzeyi küçük eksen dikey olan bir elipsoid olarak kabullenmek suretiyle elde edildiğini zikredelim.

Yüzey gerilimini deneysel olarak saptamak için çeşitli yöntemler kullanılmıştır:

(a) Yukarıdaki denklemin kullanılmasıyla bir kapiler tüpte yükselme ile.

(b) Sentis yöntemi – Bir kapiler tüp kısmen sıvıya daldırılır. Sonra dikey olarak çıkarılır ve damla alt uçta asılı kalır; (şek.3). Damla tepesinin A pozisyonu saptanır. Bundan sonra kap içindeki sıvı damlanın tepesine değene kadar yükseltilir (bu arada sütun alçalır) ve yine üst yüzeyi, başta olduğu C ile aynı düzeye gelene kadar tekrar yükseltilir. Bu sırada kap içindeki sıvı B düzeyindedir. Adi metotta AB dikey mesafe h 'a tekabül eder ama tashihli ifade ile h , negatif olarak alınacaktır. Damlanın genişliğinin bu durumda h 'a göre küçük olduğu kabul ediliyor.



(c) Jaeger yöntemi – Bu yöntemde bir tüpün ağzı (“ucu”) sıvı yüzeyinin hemen altına konup kabarcıklar hasıl olana kadar gaz basıncı artırılır.

Gazın maksimum basıncı gözlenir ve saptanır. Burada problem statik değil, gerçekten dinamiktir. Kullanılan formül

$$\sigma = \frac{p_{\max} r}{2} \left[1 - \frac{2}{3} \frac{r}{h} \right] \quad \text{olup burada}$$

ρ_{\max} tüpün ucunun içerde ve dışarda düzeyi arasındaki maksimum basınç farkı, r de tüpün iç yarıçapıdır. Kabarcığın iç daire içinde oluştuğu kabul edilir. Tereddütleri ortadan kaldırmak için her iki daireyi mümkün olduğu kadar eşit yapmak önerilir; ancak bu, büyük güçlük arz eden bir deneysel sorundur. Nihai kesinlik başlıca r yarıçapının ölçülmesine bağlıdır.

(d) Düşen ağırlık yöntemi

Dikkate alınan damlalar bir dar tüpten çıkmış olanlar olduklarına göre bu yöntem bundan öncekine yakın olmaktadır. Bunu, gözlemlerinin sonucunu “sair koşullar aynı kalmak kaydıyla, bir sıvı damlasının ağırlığı, içinde oluştuğu tüpün çapıyla orantılıdır.” ifadesiyle

vurgulayan Tate (1864) kullanmıştır. Daha sonra Quincke de bunu kullanıyor ve, sıvının içeriye akışının yeterince yavaş olması kaydıyla, düşmeden hemen önce asılı damlanın ağırlığı olarak $2\pi r\sigma$ değerini veriyor. Ana bölüm düştüğünde damlanın bir bölümü daima geride kalır; ama o, çok küçük damlalar durumunda bunun ihmal edilebileceğini ileri sürüyor.

Rayleigh soruna “boyutsal” açıdan yaklaşıyor. Damlanın M kitesinin sadece σ yüzey gerilimi; g , yerçekimi ivmesi; ρ , sıvının yoğunluğu ve tüpün α iç yarıçapına bağlı olduğu kabul ediliyor. Rayleigh $\sigma a/g$ ‘nin bir kitle ile aynı boyutları haiz olduğunu ve $\sigma/g\rho a^2$ nin bu saf sayı olduğunu ispat ediyor ve deneysel olarak $gM/\sigma a$ nın yüp çaplarının büyük bir dizisinde sabit olduğunu gösteriyor. Su ve ince cidarlı tüpler için aşağıdaki değerleri elde ediyor.

$\frac{\sigma}{g\rho a^2}$	$\frac{gM}{\sigma a}$	$\frac{\sigma}{g\rho a^2}$	$\frac{gM}{\sigma a}$
2.58	4.13	.277	3.78
1.16	3.97	.220	3.90
.708	3.80	.169	4.06
.441	3.73		

Sabitenin ortalama değeri böylece yaklaşık olarak 3,8 dir (sağlam olmayan kuram bu değer için 2π yi verir). Daha sonra Harkins ile Brown sabitenin, çaplar çok küçülünce, Quincke’ nin değerine yaklaştığını gösteriyorlar.

Her ne kadar yüzey geriliminin ölçülmesi için bu yöntem açıkça tavsiye edilmezse de aynı cins sıvıların kaba kıyaslama değerleri olarak hızlı ve kolay bir yöntem olur.

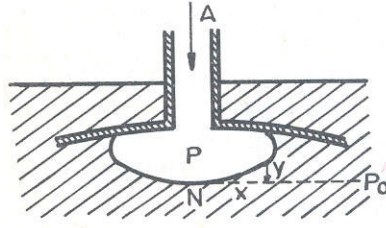
a ’nın küçük olamaması halinde yukarıdaki yaklaşıklıklar artık uygun olmaktan çıkar.

KABARCIKLAR VE DAMLALAR

Bunlar da benzer yöntemlerle irdelenebilirler. Bir sıvı içinde hava kabarcıkları herhangi bir boyutta teşekkül edebilir; bunlar, az çok küresel şekilde çok küçüklerden, yassı çörek şeklinde biçimlenmiş genişlere kadar olabilirler. Deneysel olarak kolaylıkla saptanabilen $\rho-\rho_0$ basınç fazlası en alt N noktasında kavislenmeyi saptar ki bu $2/R$ ye eşittir. Daha önce olduğu gibi y yukarıya doğru hesaplandığında

$$\frac{d(x\sin\theta)}{dx} = \left(\frac{2}{R} + \frac{y}{\beta^2}\right) x$$

olur; böylece $2/R$, daha önceki problemlerin h/β^2 sinin yerini alır.



Şek. 4

Çok büyük kabarcıklar için (geniş tüplerde olduğu gibi) ikinci kavislilik ile $2/R$ ihmal edilerek iyi bir yaklaşıklık elde edilebilir:

$$(1 - \cos\theta) = \frac{y^2}{2\beta^2} = 2\sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Eğrinin teğetinin dik olması halinde y 'in değeri H olursa $H = \sqrt{2} \cdot \beta$ elde edilir.

Günümüzde yine sıvıların yüzey gerilimini ölçmek için çok sayıda güvenilir teknikler geliştirilmiştir. Bunların arasından en yatkın olanları sapsız damla profili, kapiler yükseklik, Wilhelmy levhası, DuNoüy halkası, düşen ağırlık ve maksimum kabarcık basıncıdır. Aşağıdaki tablo birkaç sıvının 20°C 'ta yüzey gerilimini verir.

20°C'ta yüzey gerilimleri

Sıvı	Dyne/cm	Sıvı	Dyne/cm
Benzen	28,88	Nitrobenzen	43,35
Karbon		n-oktan	21,80
Tetraklorür	26,76	Su	72,76
Cıva	487,00		